Amortissement libre du système balancier - spiral

Interprétation physique des paramètres de frottements

Balancier annulaire monométallique d'une montre bracelet

Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Montre HES.mcd(R)

$f = 4\,s^{-1}$ $\qquad J_b = 10\,mg\cdot cm^2$

$\omega_0 := 2\cdot\pi\cdot f$ $\qquad M_b = 59.5\,mg$

Mesures en position horizontale

Première pièce mesurée $\quad j := 1$

Mesure n°1 $\quad i := 1$

$a_{H_{i,j}} := 3.549\times10^{-5}$ $\quad b_{H_{i,j}} := 9.869\times10^{-3}$ $\quad c_{H_{i,j}} := 2.624\times10^{-3}$

$\sigma a_{H_{i,j}} := 6.25\times10^{-5}$ $\quad \sigma b_{H_{i,j}} := 5.38\times10^{-4}$ $\quad \sigma c_{H_{i,j}} := 1.102\times10^{-3}$

Mesure n°2 $\quad i := 2$

$a_{H_{i,j}} := 1.147\times10^{-4}$ $\quad b_{H_{i,j}} := 9.297\times10^{-3}$ $\quad c_{H_{i,j}} := 3.951\times10^{-3}$

$\sigma a_{H_{i,j}} := 4.954\times10^{-5}$ $\quad \sigma b_{H_{i,j}} := 4.235\times10^{-4}$ $\quad \sigma c_{H_{i,j}} := 8.619\times10^{-4}$

Mesure n°3 $\quad i := 3$

$a_{H_{i,j}} := 3.715\times10^{-4}$ $\quad b_{H_{i,j}} := 7.392\times10^{-3}$ $\quad c_{H_{i,j}} := 7.735\times10^{-3}$

$\sigma a_{H_{i,j}} := 6.175\times10^{-5}$ $\quad \sigma b_{H_{i,j}} := 5.3\times10^{-4}$ $\quad \sigma c_{H_{i,j}} := 1.083\times10^{-3}$

Seconde pièce mesurée $\quad j := 2$

Mesure n°1 $\quad i := 1$

$a_{H_{i,j}} := 2.96\times10^{-4}$ $\quad b_{H_{i,j}} := 7.758\times10^{-3}$ $\quad c_{H_{i,j}} := 8.625\times10^{-3}$

$\sigma a_{H_{i,j}} := 8.408\times10^{-5}$ $\quad \sigma b_{H_{i,j}} := 7.661\times10^{-4}$ $\quad \sigma c_{H_{i,j}} := 1.687\times10^{-3}$

Mesure n°2 $\quad i := 2$

$a_{H_{i,j}} := 2.387\times10^{-4}$ $\quad b_{H_{i,j}} := 8.328\times10^{-3}$ $\quad c_{H_{i,j}} := 7.506\times10^{-3}$

$\sigma a_{H_{i,j}} := 8.944\times10^{-5}$ $\quad \sigma b_{H_{i,j}} := 8.162\times10^{-4}$ $\quad \sigma c_{H_{i,j}} := 1.802\times10^{-3}$

Mesure n°3 $\quad i := 3$

$a_{H_{i,j}} := 0$ $\quad b_{H_{i,j}} := 0$ $\quad c_{H_{i,j}} := 0$ **mesure erronée**

$\sigma a_{H_{i,j}} := 1000$ $\quad \sigma b_{H_{i,j}} := 1000$ $\quad \sigma c_{H_{i,j}} := 1000$

Moyennes pondérées

$N_{pièces} := 2$ $\quad j := 1\,..\,N_{pièces}$ $\quad N_{mesures} := 3$ $\quad i := 1\,..\,N_{mesures}$

$$sa_{H_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma a_{H_{i,j}}\right)^{-2}} \qquad ma_{H_j} := sa_{H_j}\cdot\left[\sum_i \frac{a_{H_{i,j}}}{\left(\sigma a_{H_{i,j}}\right)^2}\right] \qquad ma_H = \begin{pmatrix}1.66\times10^{-4}\\2.69\times10^{-4}\end{pmatrix} \qquad \sqrt{sa_H} = \begin{pmatrix}3.29\times10^{-5}\\6.13\times10^{-5}\end{pmatrix}$$

$$sb_{H_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma b_{H_{i,j}}\right)^{-2}} \qquad mb_{H_j} := sb_{H_j}\cdot\left[\sum_i \frac{b_{H_{i,j}}}{\left(\sigma b_{H_{i,j}}\right)^2}\right] \qquad mb_H = \begin{pmatrix}8.92\times10^{-3}\\8.02\times10^{-3}\end{pmatrix} \qquad \sqrt{sb_H} = \begin{pmatrix}2.82\times10^{-4}\\5.59\times10^{-4}\end{pmatrix}$$

$$sc_{H_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma c_{H_{i,j}}\right)^{-2}} \qquad mc_{H_j} := sc_{H_j}\cdot\left[\sum_i \frac{c_{H_{i,j}}}{\left(\sigma c_{H_{i,j}}\right)^2}\right] \qquad mc_H = \begin{pmatrix}4.66\times10^{-3}\\8.1\times10^{-3}\end{pmatrix} \qquad \sqrt{sc_H} = \begin{pmatrix}5.75\times10^{-4}\\1.23\times10^{-3}\end{pmatrix}$$

Frottement sec en position horizontale

$f_H := \frac{mc_H}{4}$ $\quad \sigma f_H := \frac{\sqrt{sc_H}}{4}$ $\quad \boxed{f_H = \begin{pmatrix} 1.164 \times 10^{-3} \\ 2.026 \times 10^{-3} \end{pmatrix}}$ $\quad \sigma f_H = \begin{pmatrix} 1.438 \times 10^{-4} \\ 3.079 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$

Demi-angle d'équilibre $\quad f_H = \begin{pmatrix} 0.067 \\ 0.116 \end{pmatrix} deg$

Couple de frottement constant $\quad \Gamma c_H := f_H \cdot J_b \cdot \omega_0^2$ $\quad \Gamma c_H = \begin{pmatrix} 7.354 \times 10^{-10} \\ 1.279 \times 10^{-9} \end{pmatrix} N \cdot m$

Coefficient de frottement sec sur l'axe de balancier $\quad g = 9.807\, m \cdot s^{-2}$

rayon d'appuis du pivot de balancier $\quad r_{appui} := 0.5 \cdot D_{appui}$ $\quad r_{appui} = 0.018\, mm$ $\quad P_{bal} := M_b \cdot g$

$\mu f_H := \frac{2 \cdot f_H \cdot J_b \cdot \omega_0^2}{P_{bal} \cdot r_{appui}}$ $\quad \Delta\mu f_H := \frac{2 \cdot J_b \cdot \omega_0^2}{P_{bal} \cdot r_{appui}} \cdot \sigma f_H$ $\quad \boxed{\mu f_H = \begin{pmatrix} 0.14 \\ 0.244 \end{pmatrix}}$ $\quad \Delta\mu f_H = \begin{pmatrix} 0.017 \\ 0.037 \end{pmatrix}$

Frottement visqueux

$\eta_H := \frac{mb_H}{2 \cdot \pi}$ $\quad \sigma\eta_H := \frac{\sqrt{sb_H}}{2 \cdot \pi}$ $\quad \boxed{\eta_H = \begin{pmatrix} 1.419 \times 10^{-3} \\ 1.277 \times 10^{-3} \end{pmatrix}}$ $\quad \sigma\eta_H = \begin{pmatrix} 4.485 \times 10^{-5} \\ 8.89 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$

Constante de frottement visqueux $\quad \Gamma v_H := 2 \cdot \eta_H \cdot J_b \cdot \omega_0$ $\quad \Gamma v_H = \begin{pmatrix} 7.132 \\ 6.42 \end{pmatrix} 10^{-11} \cdot N \cdot m \cdot s$

Coefficient de viscosité apparent de l'huile $\quad l_{palier} := L_{palier\_sup\_b} + L_{palier\_inf\_b}$ $\quad l_{palier} = 0.121\, mm$

$r_{pivot} := 0.5 \cdot D_{pivot\_b}$ $\quad r_{pivot} = 0.033\, mm$ $\quad R_{pierre} := 0.5 \cdot D_{t\_p\_b}$ $\quad R_{pierre} = 0.035\, mm$

$\nu := 2 \cdot \eta_H \cdot J_b \cdot \omega_0 \cdot \frac{R_{pierre} - r_{pivot}}{2 \cdot \pi \cdot r_{pivot}^3 \cdot l_{palier}}$ $\quad \Delta\nu := J_b \cdot \omega_0 \cdot \frac{R_{pierre} - r_{pivot}}{\pi \cdot r_{pivot}^3 \cdot l_{palier}} \cdot \sigma\eta_H$

$\boxed{\nu = \begin{pmatrix} 52.21 \\ 46.996 \end{pmatrix} poise}$ $\quad \Delta\nu = \begin{pmatrix} 1.65 \\ 3.271 \end{pmatrix} poise$

Frottement quadratique

$\kappa_H := \frac{3}{8} \cdot ma_H$ $\quad \sigma\kappa_H := \frac{3}{8} \cdot \sqrt{sa_H}$ $\quad \boxed{\kappa_H = \begin{pmatrix} 6.208 \times 10^{-5} \\ 1.009 \times 10^{-4} \end{pmatrix}}$ $\quad \sigma\kappa_H = \begin{pmatrix} 1.233 \times 10^{-5} \\ 2.297 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$

Constante de frottement quadratique $\quad \Gamma q_H := \kappa_H \cdot J_b$ $\quad \Gamma q_H = \begin{pmatrix} 6.208 \\ 10.092 \end{pmatrix} 10^{-14} \cdot N \cdot m \cdot s^2$

Masse volumique et viscosité de l'air $\quad \rho_a := 1.293 \cdot kg \cdot m^{-3}$ $\quad \nu_a := 18 \cdot 10^{-6} \cdot poise$

Nombre de Reynolds pour une vis de diamètre d_{vis} $\quad d_{vis} := 0.56 \cdot mm$

$\theta_0 = 270\, deg$ $\quad R := \frac{D_{s\_ext}}{2}$ $\quad R = 4.75\, mm$ $\quad v_{max} := R \cdot \omega_0 \cdot \theta_0$ $\quad v_{max} = 0.563\, m \cdot s^{-1}$

$\mathrm{R} := \rho_a \cdot d_{vis} \cdot \frac{v_{max}}{\nu_a}$ $\quad \mathrm{R} = 226.302$

L'écoulement autour d'une vis de balancier est laminaire !
On ne peut donc tirer du paramètre de frottement quadratique une valeur de coefficient de forme C_x

Mesures en position verticale 3h

Première pièce mesurée $j := 1$

Mesure n°1 $i := 1$

$a_{3h_{i,j}} := 6.06 \times 10^{-5}$ $b_{3h_{i,j}} := 0.01$ $c_{3h_{i,j}} := 0.016$

$\sigma a_{3h_{i,j}} := 6.971 \times 10^{-5}$ $\sigma b_{3h_{i,j}} := 6.098 \times 10^{-4}$ $\sigma c_{3h_{i,j}} := 1.276 \times 10^{-3}$

Mesure n°2 $i := 2$

$a_{3h_{i,j}} := 0$ $b_{3h_{i,j}} := 0$ $c_{3h_{i,j}} := 0$ **mesure erronée**

$\sigma a_{3h_{i,j}} := 1000$ $\sigma b_{3h_{i,j}} := 1000$ $\sigma c_{3h_{i,j}} := 1000$

Mesure n°3 $i := 3$

$a_{3h_{i,j}} := 1.245 \times 10^{-4}$ $b_{3h_{i,j}} := 9.591 \times 10^{-3}$ $c_{3h_{i,j}} := 0.017$

$\sigma a_{3h_{i,j}} := 7.05 \times 10^{-5}$ $\sigma b_{3h_{i,j}} := 6.168 \times 10^{-4}$ $\sigma c_{3h_{i,j}} := 1.291 \times 10^{-3}$

Seconde pièce mesurée $j := 2$

Mesure n°1 $i := 1$

$a_{3h_{i,j}} := 3.268 \times 10^{-4}$ $b_{3h_{i,j}} := 7.375 \times 10^{-3}$ $c_{3h_{i,j}} := 0.026$

$\sigma a_{3h_{i,j}} := 1.014 \times 10^{-4}$ $\sigma b_{3h_{i,j}} := 9.146 \times 10^{-4}$ $\sigma c_{3h_{i,j}} := 1.991 \times 10^{-3}$

Mesure n°2 $i := 2$

$a_{3h_{i,j}} := 8.099 \times 10^{-5}$ $b_{3h_{i,j}} := 9.736 \times 10^{-3}$ $c_{3h_{i,j}} := 0.018$

$\sigma a_{3h_{i,j}} := 1.124 \times 10^{-4}$ $\sigma b_{3h_{i,j}} := 1.009 \times 10^{-3}$ $\sigma c_{3h_{i,j}} := 2.187 \times 10^{-3}$

Mesure n°3 $i := 3$

$a_{3h_{i,j}} := 1.675 \times 10^{-4}$ $b_{3h_{i,j}} := 9.097 \times 10^{-3}$ $c_{3h_{i,j}} := 0.019$

$\sigma a_{3h_{i,j}} := 1.929 \times 10^{-4}$ $\sigma b_{3h_{i,j}} := 1.75 \times 10^{-3}$ $\sigma c_{3h_{i,j}} := 3.835 \times 10^{-3}$

Moyennes pondérées $N_{pièces} := 2$ $j := 1 .. N_{pièces}$ $N_{mesures} := 3$ $i := 1 .. N_{mesures}$

$$sa_{3h_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma a_{3h_{i,j}}\right)^{-2}} \quad ma_{3h_j} := sa_{3h_j} \cdot \left[\sum_i \frac{a_{3h_{i,j}}}{\left(\sigma a_{3h_{i,j}}\right)^2}\right] \quad ma_{3h} = \begin{pmatrix} 9.22 \times 10^{-5} \\ 2.1 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \quad \sqrt{sa_{3h}} = \begin{pmatrix} 4.96 \times 10^{-5} \\ 7.01 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$sb_{3h_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma b_{3h_{i,j}}\right)^{-2}} \quad mb_{3h_j} := sb_{3h_j} \cdot \left[\sum_i \frac{b_{3h_{i,j}}}{\left(\sigma b_{3h_{i,j}}\right)^2}\right] \quad mb_{3h} = \begin{pmatrix} 9.8 \times 10^{-3} \\ 8.53 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \quad \sqrt{sb_{3h}} = \begin{pmatrix} 4.34 \times 10^{-4} \\ 6.32 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$sc_{3h_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma c_{3h_{i,j}}\right)^{-2}} \quad mc_{3h_j} := sc_{3h_j} \cdot \left[\sum_i \frac{c_{3h_{i,j}}}{\left(\sigma c_{3h_{i,j}}\right)^2}\right] \quad mc_{3h} = \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.02 \end{pmatrix} \quad \sqrt{sc_{3h}} = \begin{pmatrix} 9.08 \times 10^{-4} \\ 1.37 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$f_{3h} := \frac{mc_{3h}}{4} \quad \boxed{f_{3h} = \begin{pmatrix} 4.124 \times 10^{-3} \\ 5.485 \times 10^{-3} \end{pmatrix}} \qquad \eta_{3h} := \frac{mb_{3h}}{2 \cdot \pi} \quad \boxed{\eta_{3h} = \begin{pmatrix} 1.559 \times 10^{-3} \\ 1.357 \times 10^{-3} \end{pmatrix}}$$

$$\kappa_{3h} := \frac{3}{8} \cdot ma_{3h} \quad \boxed{\kappa_{3h} = \begin{pmatrix} 3.457 \times 10^{-5} \\ 7.876 \times 10^{-5} \end{pmatrix}}$$

Frottement sec en position verticale 3h

$f_{3h} := \frac{mc_{3h}}{4}$ $\sigma f_{3h} := \frac{\sqrt{sc_{3h}}}{4}$ $f_{3h} = \begin{pmatrix} 4.124 \times 10^{-3} \\ 5.485 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$ $\sigma f_{3h} = \begin{pmatrix} 2.269 \times 10^{-4} \\ 3.436 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$

Demi-angle d'équilibre $f_{3h} = \begin{pmatrix} 0.236 \\ 0.314 \end{pmatrix} deg$

Couple de frottement constant $\Gamma c_{3h} := f_{3h} \cdot J_b \cdot \omega_0^2$ $\Gamma c_{3h} = \begin{pmatrix} 2.605 \times 10^{-9} \\ 3.465 \times 10^{-9} \end{pmatrix} N \cdot m$

Coefficient de frottement sec sur l'axe de balancier $g = 9.807\, m \cdot s^{-2}$

rayon du pivot de balancier $r_{pivot} := 0.5 \cdot D_{pivot\_b}$ $r_{pivot} = 0.033\, mm$ $P_{bal} := M_b \cdot g$

$$\mu f_{3h_j} := \frac{\Gamma c_{3h_j}}{\sqrt{(P_{bal} \cdot r_{pivot})^2 - (\Gamma c_{3h_j})^2}} \qquad \mu(f) := \frac{f \cdot J_b \cdot \omega_0^2}{\sqrt{(P_{bal} \cdot r_{pivot})^2 - (f \cdot J_b \cdot \omega_0^2)^2}} \qquad \mu'(f) := \frac{d}{df}\mu(f)$$

$\Delta\mu f_{3h_j} := \mu'(f_{3h_j}) \cdot \sigma f_{3h_j}$ $\mu f_{3h} = \begin{pmatrix} 0.137 \\ 0.183 \end{pmatrix}$ $\Delta\mu f_{3h} = \begin{pmatrix} 7.652 \times 10^{-3} \\ 0.012 \end{pmatrix}$

Angle de frottement: $\varphi_{3h} := \arctan(\mu f_{3h})$ $\varphi_{3h} = \begin{pmatrix} 7.774 \\ 10.366 \end{pmatrix} deg$

Couple de frottement (vérification) $M_{3h_j} := \frac{\mu f_{3h_j} \cdot P_{bal} \cdot r_{pivot}}{\sqrt{1 + (\mu f_{3h_j})^2}}$ $M_{3h} = \begin{pmatrix} 2.605 \times 10^{-9} \\ 3.465 \times 10^{-9} \end{pmatrix} N \cdot m$

Perte d'amplitude en position verticale

Amplitude en position horizontale $\theta_H := \theta_0$ $\theta_H = 270\, deg$

Energie contenue $E_c := \frac{1}{2} \cdot J_b \cdot \omega_0^2 \cdot \theta_H^2$ $E_c = 7.013 \times 10^{-6}\, joule$

Perte d'énergie par oscillation en position horizontale = énergie fournie par l'échappement

$\Delta\theta_H := 4 \cdot f_H + 2 \cdot \pi \cdot \eta_H \cdot \theta_H + \frac{8}{3} \cdot \kappa_H \cdot \theta_H^2$ $\Delta\theta_H = \begin{pmatrix} 2.885 \\ 2.973 \end{pmatrix} deg$

$\Delta E_H := J_b \cdot \omega_0^2 \cdot \theta_0 \cdot \Delta\theta_H$ $\Delta E_H = \begin{pmatrix} 1.499 \times 10^{-7} \\ 1.545 \times 10^{-7} \end{pmatrix} joule$ $\frac{\Delta E_H}{E_c} = \begin{pmatrix} 2.137 \\ 2.203 \end{pmatrix} \%$

Calcul de l'amplitude en position verticale

$\Delta\theta(\theta) := 4 \cdot f_{3h} + 2 \cdot \pi \cdot \eta_{3h} \cdot \theta + \frac{8}{3} \cdot \kappa_{3h} \cdot \theta^2$ $\theta := 270 \cdot deg$

$\theta_{3h_j} := racine\left[J_b \cdot \omega_0^2 \cdot \theta \cdot \left(4 \cdot f_{3h_j} + 2 \cdot \pi \cdot \eta_{3h_j} \cdot \theta + \frac{8}{3} \cdot \kappa_{3h_j} \cdot \theta^2\right) - \Delta E_{H_j}, \theta\right]$ $\theta_{3h} = \begin{pmatrix} 234.102 \\ 233.118 \end{pmatrix} deg$

Perte d'énergie par oscillation en position verticale

$\Delta E_{3h} := J_b \cdot \omega_0^{2} \cdot \theta_0 \cdot \Delta\theta(\theta_{3h})$ $\quad \Delta E_{3h} = \begin{pmatrix} 2.864 \times 10^{-7} \\ 3.027 \times 10^{-7} \end{pmatrix} joule$ $\quad \dfrac{\Delta E_{3h}}{E_c} = \begin{pmatrix} 4.084 \\ 4.315 \end{pmatrix} \%$

Mesures en position verticale 6h

Première pièce mesurée $\quad j := 1$

Mesure n°1 $\quad i := 1$

$a_{6h_{i,j}} := 4.148 \times 10^{-5}$ $\quad b_{6h_{i,j}} := 0.01$ $\quad c_{6h_{i,j}} := 0.016$

$\sigma a_{6h_{i,j}} := 2.245 \times 10^{-4}$ $\quad \sigma b_{6h_{i,j}} := 2.019 \times 10^{-3}$ $\quad \sigma c_{6h_{i,j}} := 4.381 \times 10^{-3}$

Mesure n°2 $\quad i := 2$

$a_{6h_{i,j}} := 1.491 \times 10^{-4}$ $\quad b_{6h_{i,j}} := 8.769 \times 10^{-3}$ $\quad c_{6h_{i,j}} := 0.028$

$\sigma a_{6h_{i,j}} := 1.64 \times 10^{-4}$ $\quad \sigma b_{6h_{i,j}} := 1.435 \times 10^{-3}$ $\quad \sigma c_{6h_{i,j}} := 3.008 \times 10^{-3}$

Mesure n°3 $\quad i := 3$

$a_{6h_{i,j}} := 2.879 \times 10^{-4}$ $\quad b_{6h_{i,j}} := 7.751 \times 10^{-3}$ $\quad c_{6h_{i,j}} := 0.022$

$\sigma a_{6h_{i,j}} := 1.321 \times 10^{-4}$ $\quad \sigma b_{6h_{i,j}} := 1.146 \times 10^{-3}$ $\quad \sigma c_{6h_{i,j}} := 2.381 \times 10^{-3}$

Moyennes pondérées

$N_{pièces} := 1 \quad j := 1 .. N_{pièces} \quad N_{mesures} := 3 \quad i := 1 .. N_{mesures}$

$$sa_{6h_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma a_{6h_{i,j}}\right)^{-2}} \quad ma_{6h_j} := sa_{6h_j} \cdot \left[\sum_i \frac{a_{6h_{i,j}}}{\left(\sigma a_{6h_{i,j}}\right)^2}\right] \quad ma_{6h} = \left(2 \times 10^{-4}\right) \quad \sqrt{sa_{6h}} = \left(9.35 \times 10^{-5}\right)$$

$$sb_{6h_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma b_{6h_{i,j}}\right)^{-2}} \quad mb_{6h_j} := sb_{6h_j} \cdot \left[\sum_i \frac{b_{6h_{i,j}}}{\left(\sigma b_{6h_{i,j}}\right)^2}\right] \quad mb_{6h} = \left(8.45 \times 10^{-3}\right) \quad \sqrt{sb_{6h}} = \left(8.19 \times 10^{-4}\right)$$

$$sc_{6h_j} := \frac{1}{\sum_i \left(\sigma c_{6h_{i,j}}\right)^{-2}} \quad mc_{6h_j} := sc_{6h_j} \cdot \left[\sum_i \frac{c_{6h_{i,j}}}{\left(\sigma c_{6h_{i,j}}\right)^2}\right] \quad mc_{6h} = (0.02) \quad \sqrt{sc_{6h}} = \left(1.72 \times 10^{-3}\right)$$

$$f_{6h} := \frac{mc_{6h}}{4} \quad \boxed{f_{6h} = \left(5.758 \times 10^{-3}\right)} \qquad \eta_{6h} := \frac{mb_{6h}}{2 \cdot \pi} \quad \boxed{\eta_{6h} = \left(1.345 \times 10^{-3}\right)}$$

$$\kappa_{6h} := \frac{3}{8} \cdot ma_{6h} \quad \boxed{\kappa_{6h} = \left(7.5 \times 10^{-5}\right)}$$

Frottement sec en position verticale 6h

$$f_{6h} := \frac{mc_{6h}}{4} \quad \sigma f_{6h} := \frac{\sqrt{sc_{6h}}}{4} \quad \boxed{f_{6h} = \left(5.758 \times 10^{-3}\right)} \quad \sigma f_{6h} = \left(4.294 \times 10^{-4}\right)$$

Demi-angle d'équilibre $\quad f_{6h} = (0.33)\, deg$

Couple de frottement constant $\quad \Gamma c_{6h} := f_{6h} \cdot J_b \cdot \omega_0^{2} \quad \Gamma c_{6h} = \left(3.637 \times 10^{-9}\right) N \cdot m$

Coefficient de frottement sec sur l'axe de balancier $\quad g = 9.807\, m \cdot s^{-2}$

rayon du pivot de balancier $\quad r_{pivot} := 0.5 \cdot D_{pivot\_b} \quad r_{pivot} = 0.033\, mm \quad P_{bal} := M_b \cdot g$

$$\mu f_{6h_j} := \frac{\Gamma c_{6h_j}}{\sqrt{\left(P_{bal}\cdot r_{pivot}\right)^2 - \left(\Gamma c_{6h_j}\right)^2}} \qquad \mu(f) := \frac{f\cdot J_b\cdot \omega_0^{\;2}}{\sqrt{\left(P_{bal}\cdot r_{pivot}\right)^2 - \left(f\cdot J_b\cdot \omega_0^{\;2}\right)^2}} \qquad \mu'(f) := \frac{d}{df}\mu(f)$$

$$\Delta\mu f_{6h_j} := \mu'\left(f_{6h_j}\right)\cdot \sigma f_{6h_j} \qquad \mu f_{6h} = (0.192) \qquad \Delta\mu f_{6h} = (0.015)$$

Angle de frottement: $\varphi_{6h} := \arctan\left(\mu f_{6h}\right)$ $\qquad \varphi_{6h} = (10.889)\ deg$

Couple de frottement (vérification) $\quad M_{6h_j} := \dfrac{\mu f_{6h_j}\cdot P_{bal}\cdot r_{pivot}}{\sqrt{1 + \left(\mu f_{6h_j}\right)^2}} \qquad M_{6h} = \left(3.637\times 10^{-9}\right) N\cdot m$

Perte d'amplitude en position verticale

Amplitude en position horizontale $\qquad \theta_H = 270\ deg$

Calcul de l'amplitude en position verticale

$$\Delta\theta(\theta) := 4\cdot f_{6h} + 2\cdot\pi\cdot\eta_{6h}\cdot\theta + \frac{8}{3}\cdot\kappa_{6h}\cdot\theta^2 \qquad \theta := 270\cdot deg$$

$$\theta_{6h_j} := racine\left[J_b\cdot\omega_0^{\;2}\cdot\theta\cdot\left(4\cdot f_{6h_j} + 2\cdot\pi\cdot\eta_{6h_j}\cdot\theta + \frac{8}{3}\cdot\kappa_{6h_j}\cdot\theta^2\right) - \Delta E_{H_j}, \theta\right] \qquad \theta_{6h} = (227.51)\ deg$$

Perte d'énergie par oscillation en position verticale

$$\Delta E_{6h} := J_b\cdot\omega_0^{\;2}\cdot\theta_0\cdot\Delta\theta\left(\theta_{6h}\right) \qquad \Delta E_{6h} = \left(1.778\times 10^{-7}\right) joule \qquad \frac{\Delta E_{6h}}{E_c} = (2.536)\ \%$$